Алгоритми за частни случаи на известни задачи

Хисаря, 2017, Кр. Манев

От предишни семинари

- Писане на тривиални решения – за някакви точки и за проверка на по-добрите решения
- Решаването на подзадачи най-често изисква решаване на частен случай на общата задача

IOI

Year	Cntry	Tasks					
2017	Bulgaria	3,99	20	0	99,05	13	12
		9,26	20	16	90	13	12
		54,9	20	0	97,67	0	0
		88,06	100	49	90	51	50

От предишни семинари

EJOI

Year	Cntry	Tasks					
2017	Bulgaria	100	76	100	20	35	50
		100	16	30	20	100	50
		100	24	0	100	15	50
		100	24	30	20	25	50
		30	8	30	20	45	100
		100	20	30	20	5	50
		30	32	15	20	55	40
		60	16	30	20	0	50

От предишни семинари

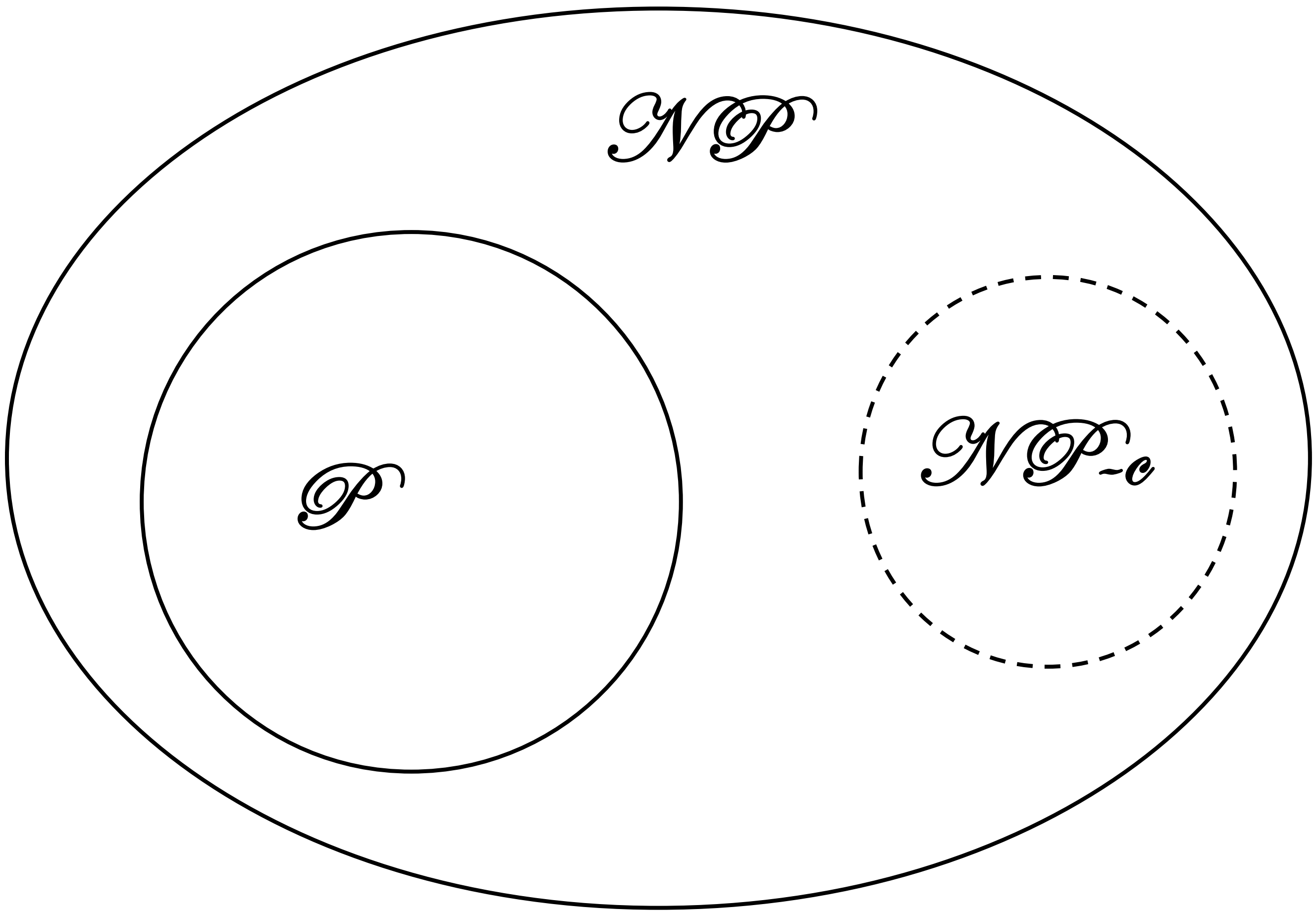
- Много е важно да тренираме нашите състезатели да могат да решават частни случаи на състезателни задачи
- Решаването на състезателна задача в частни случаи много често не е тривиално и изисква подготовка
- Същност на решаването на частния случай е **да се прецени много точно** какви предимства ни дава ограничението срямо общия случай – няма готови рецепти за това!

Мотивация

- Повод да се хвана с настоящата презентация е дочута реплика на наш национал по време на EJOI: “Ако бях съобразил, че числата са малки, щях да ги сортирам линейно!“
- Не е допустимо да не се забележи възможност за линейно сортиране, защото това може да е фатално:

```
for(i=0;i<=K;i++)br[i]=0;
for(i=1;i<=N;i++)
{scanf("%d",&a);br[a]++;} k=0;
for(i=0;i<=K;i++) if(br[i]!=0)
     for(j=1;j<=br[i];j++) s[k++]=i;
```

Задачите $\mathscr{P}$, $\mathscr{NP}$ и $\mathscr{NP}$-c



Една задача от класа $\mathcal{NP}$-c

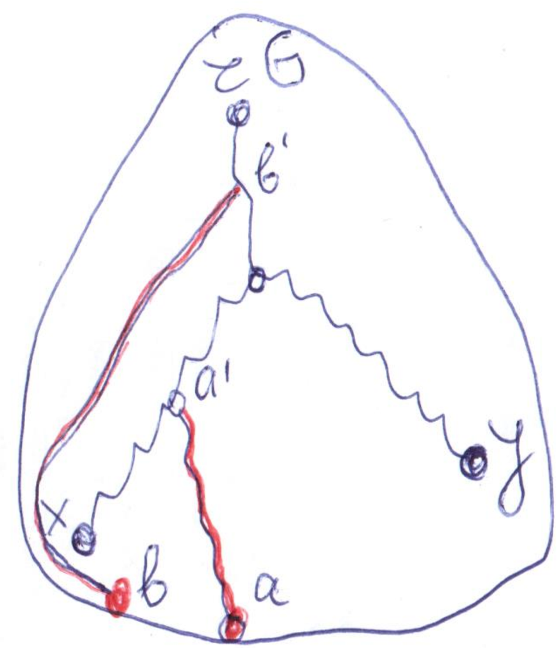
- Longest Path: Даден е граф $G(V, E)$ (с или без тегла на ребрата без значение). Да се намери (дължината на) един от най-дългите прости пътища в графа.
- Yes-No Longest Path: Даден е граф (с или без тегла на ребрата без значение) и цяло положително число $K < |V|$. Съществува ли прост път в графа с дължина поне K.
- Теорема: Да-Не Longest Path $\in \mathcal{NP}$-c
- **Да се дават задачи от класа $\mathcal{NP}$-c или техни не** Yes-No **варианти на състезания не е добра идея!!! Но да се дават частни случаи на такива задачи – ЗАЩО НЕ. Напротив – с различни ограничения могат да се получат много добри задачи, изискващи от състезателите сериозни умения за съставяне ан алгоритми и значи – и дасе тренират такива умения!**

Longest Path в дърво

Ограничение: пътят от u до v е единствен!

1. Нека пътят от x до y е най-дълъг. Построяваме ПД в ширина от произволен връх r. Връх x (или y) е в послед-ното ниво на ПД. Доказателство: Да допуснем, че има връх a, който е на по-ниско ниво от x. Тогава пътят a…a’…y е по-дълъг, а ако има връх b на по ниско ниво, тогава пътят b…b’…y е по-дълъг.

2. Построяваме ПД в ширина с нача-лен връх x. Тогава y е в последното ниво на ПД.

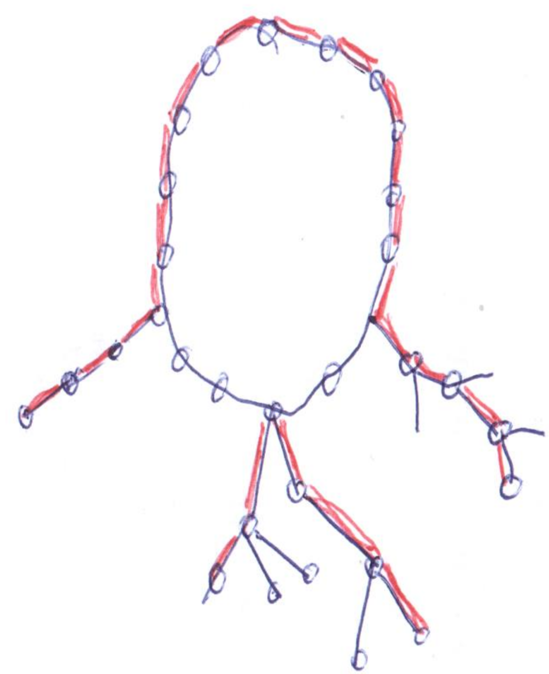


LONGEST PATH в уницикличен граф

Задачата е от IOI 2008 в Кайро

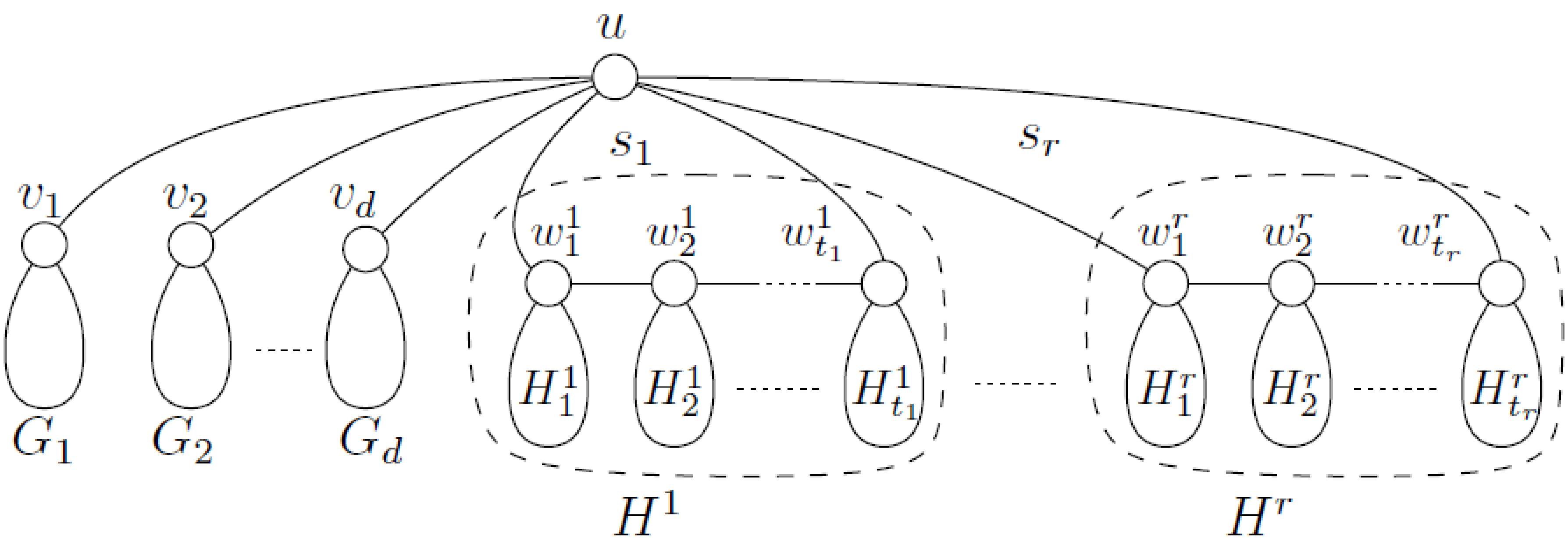
Ограничение: Не може път да излезе от дървоподобен подграф и да се върне в него. Значи са възможни 2 типа пътища:

- такива, които са само в едно дърво (предният частен случай)
- Такива, които тръгват от най-нискостоящ лист на едно дърво, преминават през цикъла (по по-дългото разстояние), влизат в друго дърво и стигат до най-ниско стоящ негов лист



Longest Path в кактус

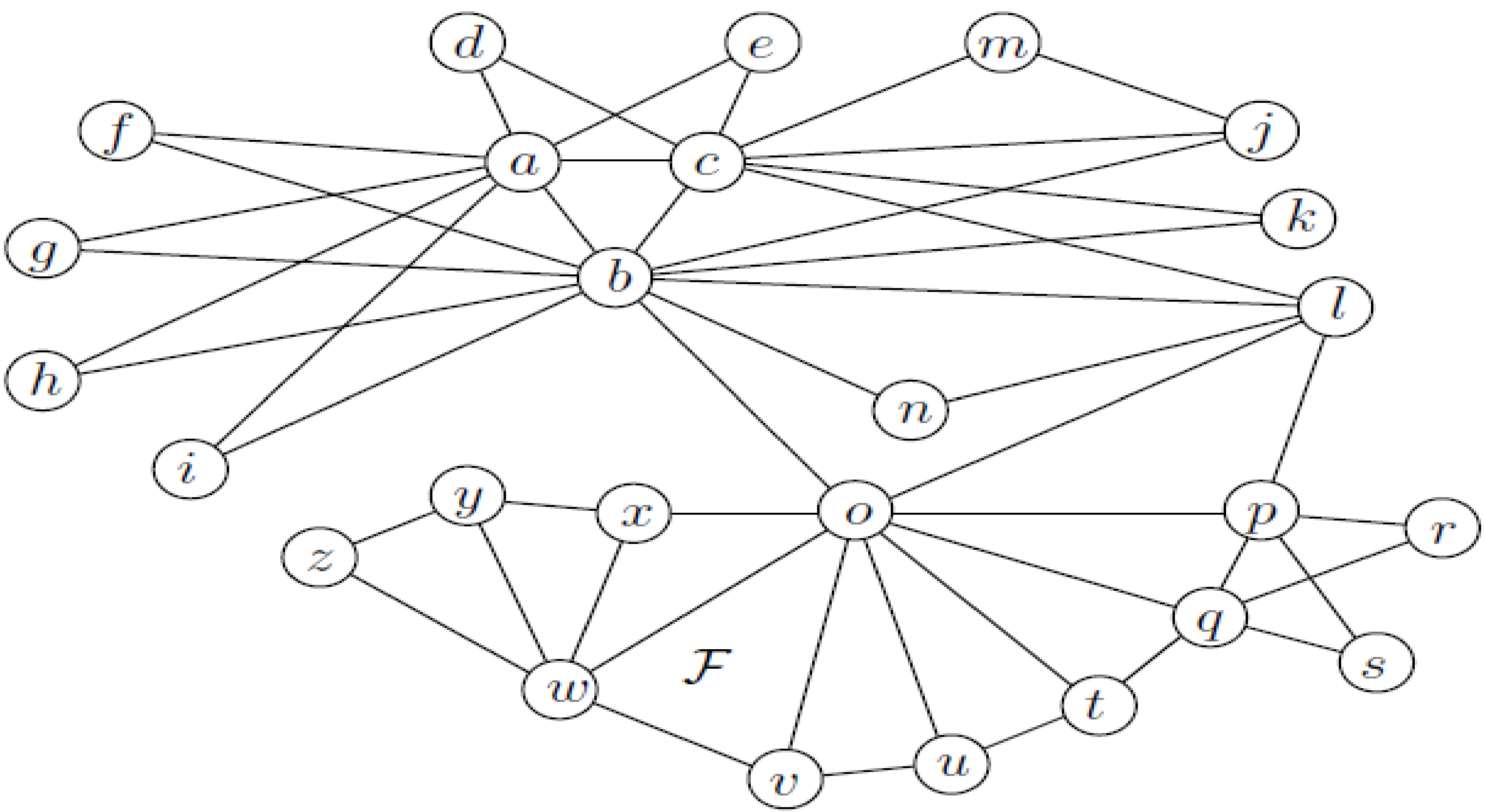
Markov, Andreica, Manev, Ţăpuş. LINEAR TIME ALGORITHM FOR COMPUTING LONGEST PATHS IN CACTUS GRAPHS, Serdica J. of Computing 6 (2012), 287–298



LONGEST PATH в кактус

Markov , Vassilev, Manev. A Linear Time Algorithm for Computing Longest Paths in 2-Trees.

Ars Combinatoria, 112(2013), pp. 329-351



LONGEST PATH в ДАГ

Най-дълъг път в ориентиран ацикличен граф (даг) се намира с ДП след като се сортират топологически върховете на дага. Ако $L(v)$ *е дължината на най-дългия път* завършващ във v, то:

* $L(v)=0$ – *ако* v *няма предшественици*

* $L(v)=max\{L(w_1), L(w_2),\ldots, L(w_K)\}+1$ – *ако предшественици на* v са $w_1, w_2,\ldots, w_K$

Дължината на най-дългия път в дага е $\max_{v\in V}L(v)$