# **Математика**

## **Аритметика**

* Цели числа, операции (включително степенуване), сравнение
* Основни свойства на целите числа (знак, четност, делимост)
* Основна модулна аритметика: събиране, изваждане, умножение, деление и обратни елементи
* Прости числа, малка теорема на Ферма
* НОД и НОК
* Дроби, проценти
* Допълнителни теми от теория на числата
* По-сложен анализ за увеличаване на точността на изчисленията с десетични числа
* Комплексни числа

## **Геометрия**

* Права, отсечка, ъгъл, триъгълник, правоъгълник, квадрат, окръжност
* Точка, вектор, координати в равнината
* Многоъгълник (връх, страна, прост, изпъкнал, вътрешност, лице)
* Евклидово разстояние
* Питагорова теорема
* Геометрия в 3D или пространства от по-висока размерност
* Основни криви (параболи, хиперболи, елипси)
* Тригонометрични функции

## **Дискретни структури (ДС)**

### **ДС1. Функции, релации и множества**

* Множества (включване/изключване, допълнение, Декартово произведение, степенно множество)
* Релации (рефлексивност, симетричност, транзитивност, релация на еквивалентност, пълни/линейни наредби, лексикографска наредба)
* Функции (сюрекции, инекции, обратни, композиция)
* Кардиналност и изброимост (на безкрайни множества)

### **ДС2. Основна логика**

* Логика от първи ред
* Логически връзки (вкл. техни основни свойства)
* Таблица за истинност
* Квантори за всеобщност и за съществуване
* Използване и прилагане на основни закони за импликация
* Нормални форми
* Валидност
* Ограничения на предикатната логика

### **ДС3. Техники за доказателства**

* Понятие за импликация, обратно, противоположно, противопоставително твърдение, отрицание и противоречие
* Директни доказателства, доказателства с: контрапример, контрапозиция, противоречие
* Математическа индукция (и силна индукция)
* Рекурентни математически дефиниции (включително взаимно рекурентни дефиниции)

### **ДС4. Основи на броенето**

* Правила за броене (правило за сбор и произведение, аритметични и геометрични прогресии, редицата на Фибоначи)
* Пермутации, вариации и комбинации с или без повторение (основни дефиниции и приложения)
* Факториел, биномни коефициенти
* Принцип на включването и изключването
* Принцип на Дирихле
* Триъгълник на Паскал, биномна теорема
* Решаване на рекурентни релации
* Лема на Бърнсайд

### **ДС5. Графи и дървета**

* Неориентирани графи (връх/възел, ребро, степен, съседство, лема за ръкостискането)
* Ориентирани графи (полустепен на входа и изхода) и ациклични ориентирани графи (DAG)
* Мултиграфи, графи с примки
* Двуделни графи
* ‘Декорирани’ графи с етикети, тегла, цветове на ребрата/върховете
* Пътища в графи (неориентиран и ориентиран път, цикъл, Ойлеров път/цикъл, Хамилтонов път/цикъл)
* Покриващи дървета (подграфи)
* Дървета (листа, диаметър, гора)
* Коренови дървета (корен, баща, дете, предшественик, поддърво)
* Стратегии за обхождане
* Планарни графи
* Хиперграфи
* Специфични класове графи като перфектни графи

### **ДС6. Дискретна вероятност – X**

## **Други области**

* Прости комбинаторни игри като играта НИМ и други
* Матрици (дефиниция)
* Сложна теория на комбинаторните игри (например теоремата на Спраг-Грунди)
* Линейна алгебра, включително (но не само):
	+ - Умножение на матрици, повдигане в степен, обратна матрица и Гаусова елиминация
		- Бързо преобразование на Фурие
* Анализ
* Статистика

# **Информатика**

## **Основи на програмирането (ОП)**

### **ОП1. Основни програмни конструкции**

* Основен синтаксис и семантика на C++
* Променливи, типове, изрази и присвояване
* Прост вход и изход
* Условни и итерационни контролни структури
* Функции и подаване на параметри
* Рекурсия
* Побитови операции
* Структуриране на кода и разделяне на логически части

### **ОП2. Основни структури от данни**

* Примитивни типове (булев, целочислен с и без знак, символен)
* Масиви
* Низове и тяхната обработка
* Статична алокация в стека (елементарно автоматично управление на паметта)
* Свързани структури
* Имплементационни стратегии за графи и дървета
* Елементарна употреба на дробни числа
* Представянето на дробните числа като числа с плаваща запетая и съществуването на грешки при точността (когато е възможно, очакването е да се избегнат сметките с плаваща запетая без да е необходимо използването на обикновени дроби, за да се сметне точния резултат)
* Указатели и референции
* Представяне на данните в паметта
* Алокация в хийпа
* Управление на съхранението по време на изпълнение
* Нетривиални изчисления с числа с плаваща запетая, манипулиране на грешки при точността

## **Алгоритми и сложност (АЛ)**

### **АЛ1. Анализ на алгоритми**

* Спецификация на алгоритми, предусловия, следусловия, коректност, инварианти
* Асимптотичен анализ на горни граници за сложност
* Амортизационен анализ
* Нотация голямо O
* Стандартни класове сложности: константна, логаритмична, линейна, $O(nlog\_{2}n)$, квадратична, кубична, експоненциална и други
* Компромис между време и памет за алгоритмите
* Емпирично замерване на изпълнението
* Определяне на разликите между поведението в най-добрия, средния и най-лошия случай
* Регулиране на параметрите за намаляване на изпълнението по време, памет или друга мярка
* Асимптотичен анализ на граници за сложност в средния случай
* Използване на рекурентни релации за анализиране на рекурсивни алгоритми (с изключение на простото рекурентно отношение за анализ на сортиране чрез сливане)

### **АЛ2. Стратегии за алгоритми**

* Прости циклични стратегии
* Пълно изчерпване
* Алчни алгоритми
* Разделяй и владей
* Търсене с връщане (рекурсивно и нерекурсивно). Метод на разклоняването и ограничаването
* Динамично програмиране, включително (но не само):
	+ Основни и класически ДП
	+ ДП с битови маски
	+ ДП по цифри
	+ ДП в дърво и ациклични ориентирани графи
* Срещане по средата
* Коренова декомпозиция
* Евристики
* Намиране на добри характеристики за задачи с машинно самообучение
* Дискретни апроксимационни алгоритми
* Рандомизирани алгоритми
* Алгоритми за клъстеризиране (например k средни, k най-близки съседи)
* Минимизиране на функция на повече от един параметър, използвайки числени методи

### **АЛ3а. Прости алгоритми**

* Прости алгоритми с числа: превръщане в бройни системи, алгоритъм на Евклид, тест за прости числа с $O(\sqrt{n})$ проби за делимост, решето на Ератостен, факторизиране (с проби за делимост или решето), бързо степенуване
* Прости операции на цели числа с произволна големина (събиране, изваждане, умножение)
* Прости манипулации на масиви (попълване, преместване, ротация, обръщане, преоразмеряване, минимум/максимум, префиксни суми, хистограма, бъкет сортиране)
* Прозорец и две показалки
* Прости алгоритми с низове (например наивно търсене за подниз)
* Последователно обработване/търсене и двоично търсене (също така и двоично търсене по отговора)

### **АЛ3б. По-сложни алгоритми**

* Разширен алгоритъм на Евклид
* Бързо сортиране и приложение за бързо намиране на k-тия най-малък елемент
* Алгоритми за сортиране със сложност $O(nlog\_{2}n)$ в най-лошия случай (пирамидално сортиране, сортиране чрез сливане)
* Обхождане на наредени дървета (корен-ляво-дясно, ляво-корен-дясно, ляво-дясно-корен)
* Основи на комбинаторната теория на игрите, печеливши и губещи позиции, минимакс алгоритъм за оптимална игра
* Аритметични изрази и пресмятане на стойността чрез превръщане в обратен полски запис
* Двоично повдигане за намиране на LCA
* Хеширане на низове, алгоритъм на Рабин-Карп
* 2-SAT
* По-сложни алгоритми с низове като KMP, Z-алгоритъм, Ахо-Корасик
* Сложни оптимизации на динамично като разделяй и владей, convex hull трик

### **АЛ3в. Алгоритми в графи**

* Търсене в дълбочина и ширина
* Приложения на търсенето в дълбочина като топологично сортиране и Ойлерови цикли и пътища
* Намиране на свързани компоненти и транзитивно затваряне
* Алгоритми за най-къс път (Дейкстра, Белман-Форд, Флойд-Уоршъл)
* Минимално покриващо дърво (алгоритми на Прим-Ярник и Крускал)
* Двусвързаност в неориентирани графи (мостове, артикулационни точки)
* Свързаност в ориентирани графи (силно свързани компоненти)
* Разширение на графи
* Лексикографски BFS, търсене по максимално съседство и техни приложения
* Максимално двойкосъчетание в двуделен граф
* Максимален поток. Теорема за дуалността на поток/срез

### **АЛ3г. Геометрични алгоритми**

Като правило, научният комитет има силно предпочитание към задачи, които използват целочислено смятане, за да се избегнат грешки с точността. Това може да включва представяне на някои сметнати стойности като точни обикновени дроби, но усилено използване на обикновени дроби за сметки не се очаква.

Допълнително, ако задача използва двумерни обекти, то научният комитет предпочита задачи, в които обектите са праволинейни.

* Представяне на точки, вектори, прави и отсечки
* Пресичане на две прави
* Компресия на координати
* Помитаща права
* Проверка за колинеарни точки, успоредни/перпендикулярни вектори и завои по/анти часовниковата стрелка (например като се използва скаларно произведение)
* Изчисляването на лицето на многоъгълник по координатите на върховете му
* Проверка дали произволен многоъгълник съдържа точка
* По-сложни алгоритми за намиране на изпъкнала обвивка
* Дуалност между точки и прави
* Пресичане на полупространства, диаграми на Вороной, триангулация на Делоне
* Изчисляване на координатите на пресичането на окръжности с прави и други окръжности
* Линейно програмиране в 3 или повече измерения и неговата геометрична интерпретация
* Център на масата на 2D обект
* Изчисляването и представянето на композиция на геометрични трансформации, ако познаването на линейна алгебра дава предимство

### **АЛ4. Структури данни**

* Стекове, опашки и декове
* Структури данни от STL: pair, vector, priority queue, (multi)set, (multi)map и неподредените структури
* Представяне на графи (списък на съседите, матрица на съседство, списък на ребрата)
* Структура от данни пирамида
* Представяне на непресичащи се множества: структурата Union-Find
* Статично балансирани двоични дървета за търсене. Такива са двоично индексирани дървета (известни и като дървета на Фенуик) и сегментни дървета (известни и като интервални дървета). Техниката lazy propagation.
* Разредени таблици за LCA или RMQ заявки
* Вграждане на структури от данни, като например редица от множества
* Merge-sort дърво
* Персистентни структури от данни
* Самобалансиращи се двоични дървета за търсене
* Разширени двоични дървета за търсене
* Tries
* Структури от данни за низове като суфиксен масив/дърво/автомат
* Тежко-лека декомпозиция и структури от сепаратори в статични дървета
* Структури от данни за динамично променящи се дървета и тяхната употреба в графови алгоритми
* Сложни варианти на пирамиди като биномна и Фибоначиева пирамида
* Декартово дърво
* Двумерни дървовидни структури от данни (като 2D статично балансирано двоично дърво или трийп от трийпове) за 2D заявки
* Използване и имплементиране на хеш таблици (вкл. стратегии за разрешаване на колизии), но се очаква познаването и използването на неподредените структури на STL

### **АЛ5. Разпределени алгоритми – X**

### **АЛ6. Криптографски алгоритми – X**

### **АЛ7. Паралелни алгоритми – X**

## **Други области**

### **Основна изчислимост – X**

### **Класовете P и NP – X**

### **Автомати и граматики – X**